มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อสอบกลางภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2540

ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 (Calculus I) **รหัสวิชา** 103101

สอบวันจันทร์ที่ 14 กรกฎาคม 2540 **เวลา** 10.30 - 12.30 น.

ชื่อนักศึกษา.....**นามสกุล**.....

เลขประจำตัว.....**กลุ่ม**.....

คำชี้แจง

ข้อสอบมีสองส่วน **คะแนนรวม 40 คะแนน**

ส่วนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 24 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน
ให้ระบายคำตอบที่ถูกต้องลงบน**กระดาษคำตอบปรนัย**

ส่วนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวม 16 คะแนน
ให้แสดงวิธีทำและตอบคำถามลงใน**ช่องว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อ**
ในข้อสอบของส่วนที่ 2

- ให้นักศึกษาเขียน/ระบาย ชื่อ เลขประจำตัว กลุ่ม บนปกข้อสอบและกระดาษคำตอบ
- **ห้ามใช้เครื่องคิดเลขไม่ว่าจะเป็นรุ่นใดหรือแบบใดในการสอบ**

[redacted]

ส่วนที่ 1 **จงระบายคำตอบที่ถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบปรนัย**

ข้อ 1. กราฟของ $y = 1 - \frac{1}{x+1}$ เกิดจากผลในข้อใด

(1) สะท้อนกราฟของ $y = \frac{1}{x}$ เทียบกับแกน x แล้วเลื่อนขึ้น 1 หน่วย

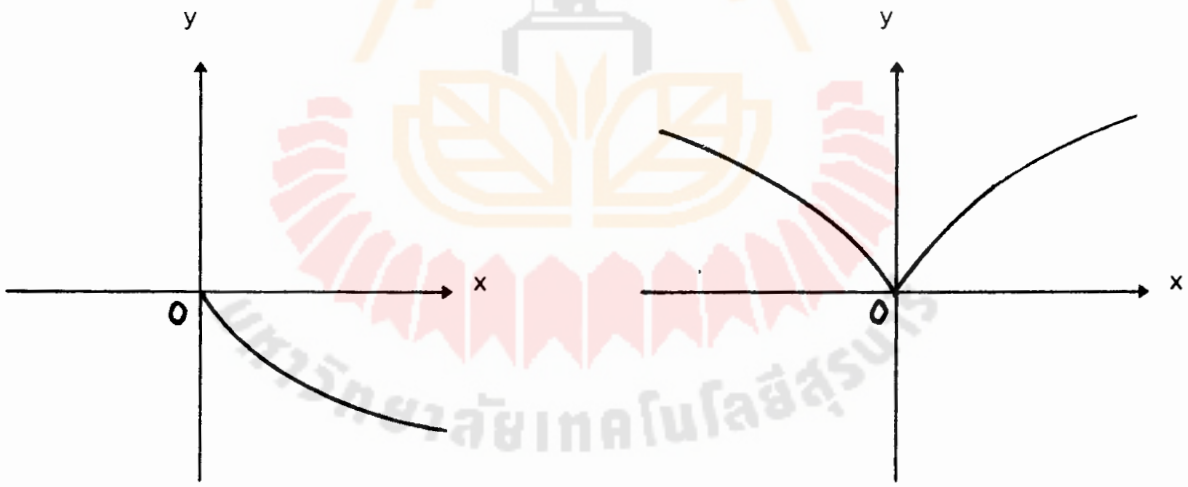
(2) สะท้อนกราฟของ $y = x+1$ เทียบกับแกน x แล้วเลื่อนขึ้น 1 หน่วย

(3) เลื่อนกราฟของ $y = \frac{1}{x}$ ไปทางซ้าย 1 หน่วย แล้วเลื่อนขึ้น 1 หน่วย

(4) เลื่อนกราฟของ $y = \frac{1}{x}$ ไปทางซ้าย 1 หน่วย แล้วสะท้อนเทียบกับแกน x แล้วเลื่อนขึ้น 1 หน่วย

(5) ถูกทั้งข้อ (2) และข้อ (4)

ข้อ 2. กำหนดกราฟของ $y = f(x)$ มาในรูปที่ 1 และกราฟของฟังก์ชันในรูปที่ 2 สัมพันธ์กับกราฟในรูปที่ 1



รูปที่ 1 **รูปที่ 2**

ดังนั้น กราฟในรูปที่ 2 คือ กราฟของฟังก์ชันในข้อใด

(1) $y = |f(x)|$

(2) $y = f(|x|)$

(3) $y = -f(|x|)$

(4) $y = f(-x)$

(5) ถูกทุกข้อ

ข้อ 3. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน<u>นิยาม</u>บนช่วงปิด [0, 1] และ $\lim_{x\to 0.5} f(x) = 2$ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(A) $\lim_{x\to 0.5^-} f(x) = f(0.5)$

(B) $\lim_{x\to 0.5^+} f(x) = \lim_{x\to 0.5} f(x)$

ข้อใดต่อไปนี้ <u>ถูกต้องมากที่สุด</u>

(1) ทั้ง A และ B เป็นจริง
(2) A เป็นจริง แต่ B ไม่เป็นจริง
(3) A เป็นจริง
(4) A ไม่เป็นจริง แต่ B เป็นจริง
(5) ทั้ง A และ B ไม่เป็นจริง

ข้อ 4. $\lim_{h\to 0} \frac{(t+h)^3 - t^3}{h}$ เท่ากับเท่าใด

(1) 0
(2) $3t^2$
(3) t^3
(4) $3t^2h$
(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 5. $\lim_{x\to 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x^2}$ เท่ากับเท่าใด

(1) หาค่าไม่ได้ (does not exist)
(2) $\frac{1}{4}$
(3) 0
(4) $\frac{1}{2}$
(5) ∞

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อ 6. จงพิจารณาว่าฟังก์ชัน f และ g ในข้อใด ที่ f มีลิมิต และ g มีลิมิต เมื่อ $x \to 0$ แต่ $\frac{f}{g}$ <u>ไม่มี</u> ลิมิต เมื่อ $x \to 0$

(1) $f(x) = \frac{1}{x}$ และ $g(x) = 1$

(2) $f(x) = \tan x$ และ $g(x) = x^2 - 1$

(3) $f(x) = 3x$ และ $g(x) = \sin x$

(4) $f(x) = 1 - x$ และ $g(x) = x$

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 7. $\lim_{x \to \infty} \frac{\sin(1 - \cos x)}{x}$ เท่ากับเท่าใด

(1) 0

(2) 1

(3) sin (1)

(4) ∞

(5) หาค่าไม่ได้ (does not exist)

ข้อ 8. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan 4x}$ เท่ากับเท่าใด

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{4}$

(3) 0

(4) 1

(5) 2

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อ 9. กำหนดให้ $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x^2-9}$

ดังนั้น ข้อใดเป็นจริง

(1) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$

(2) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = -\infty$ และ $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \infty$

(3) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \infty$ และ $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$

(4) $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = \infty$

(5) $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = -\infty$

ข้อ 10. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} kx^2 - 1, & x \le 3 \\ \dfrac{k}{x-1}, & x > 3 \end{cases}$

ค่าของ k ซึ่งทำให้ f **ต่อเนื่องที่ 3** เท่ากับเท่าใด

(1) จำนวนจริงใด ๆ

(2) $\dfrac{2}{17}$

(3) $\dfrac{2}{19}$

(4) $\dfrac{1}{17}$

(5) $\dfrac{2}{17}$ หรือ $\dfrac{2}{19}$

ข้อ 11. กำหนดให้ $f(x) = 8x^{5/4} + 3x^{4/3}$

ดังนั้น $f'(1)$ เท่ากับเท่าใด

(1) 24

(2) 20

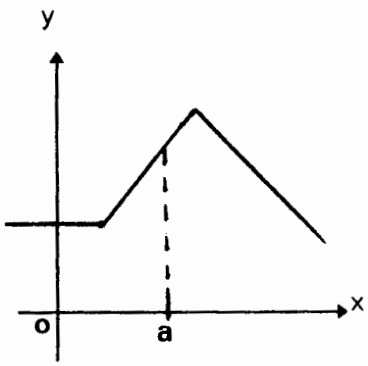
(3) 16

(4) 14

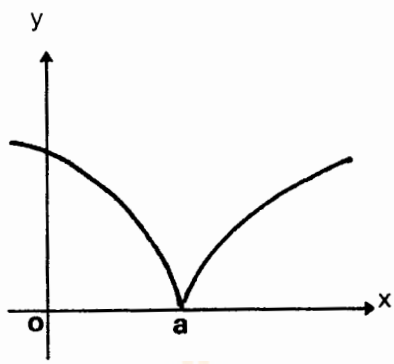
(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

สำหรับข้อ 12. และ 13.

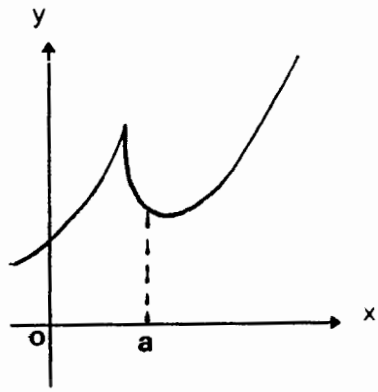
กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f มาในแต่ละรูป จากรูปที่ 1-5



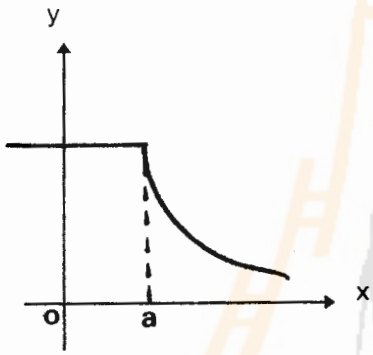
รูปที่ 1



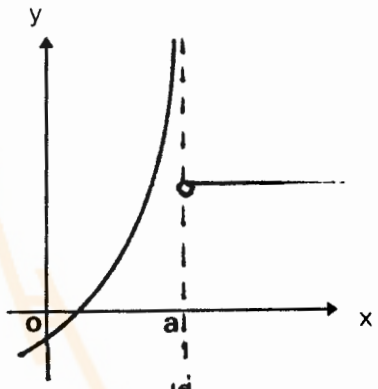
รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4



รูปที่ 5

ข้อ 12. รูปใดแสดงให้เห็นว่า f หาอนุพันธ์ที่ a **ไม่ได้**

(1) รูปที่ 1, 2, 5

(2) รูปที่ 1, 3, 4

(3) รูปที่ 2, 3, 4

(4) รูปที่ 2, 4, 5

(5) รูปที่ 3, 4, 5

ข้อ 13. รูปใดแสดงให้เห็นว่า f หาอนุพันธ์ที่ a **ได้**

(1) รูปที่ 1 และ 5

(2) รูปที่ 2 และ 3

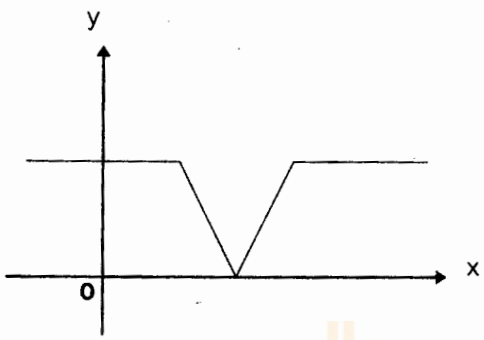
(3) รูปที่ 3 และ 4

(4) รูปที่ 3 และ 5

(5) รูปที่ 1 และ 3

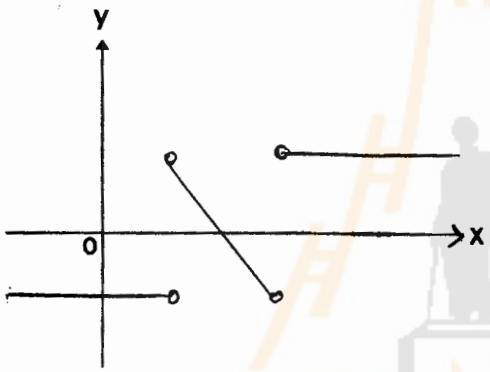
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อ 14. กำหนดกราฟของ f มาดังรูป

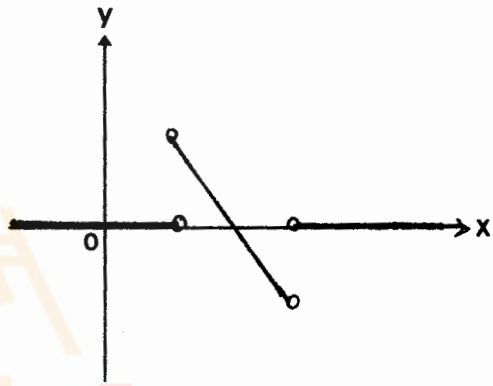


ข้อใดแสดงกราฟของอนุพันธ์ของ f ได้ใกล้เคียงที่สุด

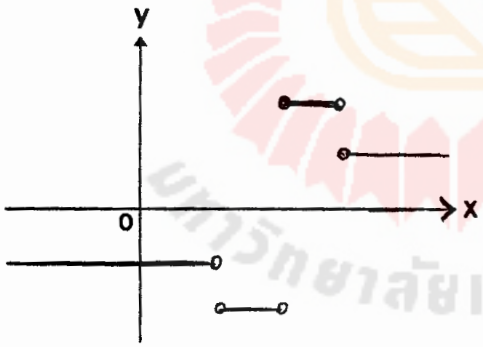
(1)



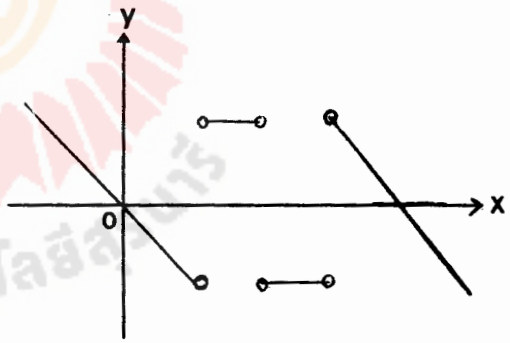
(2)



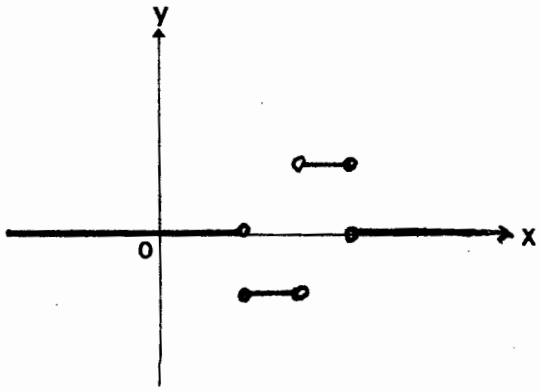
(3)



(4)



(5)



ข้อ 15. $f(x) = (x^2 + 1)(1 + \sqrt[4]{x^3})(x^4 - 1)$ แล้ว $f'(1)$ เท่ากับเท่าใด

(1) 16

(2) 12

(3) 10

(4) 8

(5) 0

ข้อ 16. ถ้า $f(x) = \dfrac{\cos x}{1 - \sin x}$ แล้ว $f'(0)$ เท่ากับเท่าใด

(1) 0

(2) 1

(3) -1

(4) $\dfrac{1}{2}$

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 17. สมการของเส้นสัมผัสกับกราฟของ f ในข้อ 16. ที่จุด $(0, 1)$ คือข้อใด

(1) $y = 1$

(2) $y + x = 1$

(3) $2y - x = 2$

(4) $y = x + 1$

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 18. กำหนดให้ $f(x) = ax + \dfrac{b}{x}$ โดยที่ a และ b เป็นค่าคงที่ และ $ab > 0$

ดังนั้นจุดบนกราฟของ f ที่เส้นสัมผัสกราฟอยู่ในแนวนอนมีกี่จุด

(1) ไม่มี

(2) 1 จุด

(3) 2 จุด

(4) 3 จุด

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 19. ถ้า $f(x) = \tan\left(\sqrt[3]{5-6x}\right)$ แล้ว $f'(1)$ เท่ากับเท่าใด

(1) $2\sec^2(-1)$

(2) $-2\sec^2(-1)$

(3) $-2\sec(-1)$

(4) $-2\sec(-1)\tan(-1)$

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

สำหรับข้อ 20. - 21.

สมมติว่า รัศมี r ของโลหะทรงกลมเพิ่มขึ้นด้วยอัตรา 2 มิลลิเมตรต่อวินาที เมื่อทำให้ร้อนขึ้น

(ปริมาตรทรงกลมรัศมี $r = \frac{4}{3}\pi r^3$)

ข้อ 20. ปริมาตรของโลหะทรงกลมเพิ่มด้วยอัตราเท่าใด ณ เวลา t (วินาที)

(1) $4\pi r^3$ ซม.^{3}/วินาที

(2) $8\pi r^2$ ซม.^{3}/วินาที

(3) $\frac{4}{5}\pi r^2$ ซม.^{3}/วินาที

(4) $\frac{4}{5}\pi r^3$ ซม.^{3}/วินาที

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 21. ปริมาตรของโลหะทรงกลมเพิ่มขึ้นด้วยอัตราเท่าใด ในขณะที่รัศมียาว 30 เซนติเมตร

(1) 720π ซม.^{3}/วินาที

(2) 1440π ซม.^{3}/วินาที

(3) 2880π ซม.^{3}/วินาที

(4) 3600π ซม.^{3}/วินาที

(5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

ข้อ 22. ถ้า $f(x) = |x-4|, \quad 0 \le x \le 8$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

(1) f สอดคล้องตามเงื่อนไขในทฤษฎีบทโรลล์ (Rolle's Theorem)

(2) f สอดคล้องตามเงื่อนไขในทฤษฎีบทค่ามัชฌิม (Mean Value Theorem)

(3) $f'(4) = 0$

(4) f ไม่สอดคล้องตามเงื่อนไขในทฤษฎีบทค่ามัชฌิม (Mean Value Theorem) แต่ข้อสรุปในทฤษฎีบทค่ามัชฌิมเป็นจริง

(5) ไม่มีข้อใดเป็นจริง

ข้อ 23. ถ้า $g(x) = 3x^2 - 11x + 12$ บนช่วงปิด $[0,4]$ แล้วค่า c ซึ่งสอดคล้องตามทฤษฎีบทค่ามัชฌิม คือข้อใด

(1) 1 และ 2

(2) 1 และ 3

(3) 3

(4) 1

(5) 2

ข้อ 24. ถ้า $f(x) = x^4 - 32x + \sqrt{5}$ แล้ว ข้อใดเป็นจริง

(1) f มีค่าวิกฤตเพียงค่าเดียว

(2) f มีค่าวิกฤต 2 ค่า

(3) f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$

(4) f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$

(5) ไม่มีข้อใดเป็นจริง

ชื่อ.....นามสกุล.....เลขประจำตัว.....

ส่วนที่ 2

การสอบกลางภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2540

วิชา 103101 แคลคูลัส 1

ข้อ	คะแนน
1	
2	
รวม	

<u>คำชี้แจง</u>

1. ส่วนที่ 2 เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวม 16 คะแนน **<u>มีทั้งหมด 3 หน้า</u>**
2. **<u>ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำและตอบคำถามลงในช่องว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อในข้อสอบฉบับนี้เท่านั้น</u>**
3. ให้นักศึกษาเขียนชื่อ นามสกุล และเลขประจำตัว **<u>ทุกหน้า</u>**
4. **ห้าม**ใช้เครื่องคิดเลขไม่ว่าจะเป็นรุ่นใดหรือแบบใดในการสอบ

****☺☺☺****

ชื่อ.....นามสกุล.....เลขประจำตัว.....

ข้อ 1. จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

ถ้าเขียนเฉพาะคำตอบมา จะได้คะแนนเท่ากับ $\lim_{x\to 0} x$

1.1 จงหาค่าของ $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$ **(3 คะแนน)**

วิธีทำ

1.2 กำหนดให้ $g(x) = \sqrt[3]{f(a+bx)} + \sin\left(f(a+bx)\right)$

เมื่อ f เป็นฟังก์ชันซึ่งหาอนุพันธ์ได้บนเซตของจำนวนจริงทั้งหมด และ a, b เป็นค่าคงที่

จงคำนวณค่าของ $g'(0)$ **(2 คะแนน)**

วิธีทำ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ชื่อ.....นามสกุล.....เลขประจำตัว.....

1.3 กำหนดให้ $f(x) = \frac{4x+1}{\sqrt{\cos x}}$

จงหาสมการของเส้นแนวฉาก (normal line)กับกราฟของ f ที่จุด (0, 1) (2 คะแนน)

วิธีทำ

ข้อ 2. เขียนเฉพาะคำตอบมาเท่านั้น

กำหนดให้ $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$

ข้อ (1) - (7) ข้อละ 1 คะแนน ข้อ (8) 2 คะแนน

(1) สมการของเส้นกำกับแนวนอน (horizontal asymptotes) ของ f คือ_____

(2) สมการของเส้นกำกับแนวตั้ง (vertical asymptotes) ของ f คือ_____

ชื่อ.....นามสกุล.....เลขประจำตัว.....

(3) ช่วงที่ฟังก์ชันเพิ่มขึ้น คือ_____

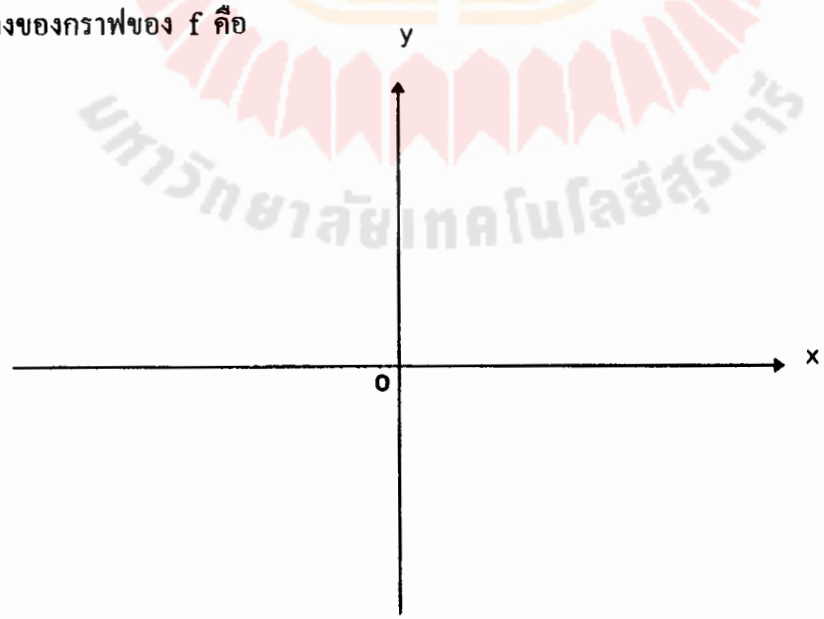
(4) ช่วงที่ฟังก์ชันลดลง คือ_____

(5) ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f คือ_____

(6) ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ f คือ_____

(7) จุดเปลี่ยนเว้าของ f คือ_____

(8) ภาพร่างของกราฟของ f คือ



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อสอบกลางภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2540

ข้อสอบวิชา Numerical Methods for Computer **รหัสวิชา** 103202

สอบวันอังคารที่ 15 กรกฎาคม 2540 **เวลา** 10.30 - 12.30 น.

ชื่อนักศึกษา.....**นามสกุล**.....

เลขประจำตัว.....**กลุ่ม**.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ คะแนนรวม 30 คะแนน
2. ให้แสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อลงในสมุดคำตอบ
3. อย่าลืมเขียนชื่อ นามสกุล เลขประจำตัว กลุ่ม บนปกข้อสอบและสมุดคำตอบ
4. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขในการสอบได้

ห้ามนำข้อสอบออกนอกห้องสอบ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

<u>จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกข้อ</u>

1. จงเปลี่ยนจำนวนเลขในระบบฐานสิบหก $(7C9.99)_{16}$ ให้อยู่ในรูปของเลขทศนิยม (ฐานสิบ) และจงเปลี่ยนจำนวนเลขในระบบฐานสิบ $(123.25)_{10}$ ให้อยู่ในระบบเลขฐานสอง
(Convert the hexadecimal number $(7C9.99)_{16}$ to decimal form (base 10) and from the decimal form $(123.25)_{10}$ to binary form (base 2).)

(6 คะแนน)

2. จงเขียนสูตรสำหรับวิธีเซแคนท์ และจงคำนวณด้วยการกระทำซ้ำต่อไปอีก 2 ครั้ง p_2 และ p_3 โดยกำหนดให้ $f(x) = x^3 - x - 3$ ให้ใช้ค่าเริ่มต้น $p_0 = 1.7$ และ $p_1 = 1.67$
(Write the formula for the secant method and compute the next two iterations p_2 and p_3. Let $f(x) = x^3 - x - 3$. Start with $p_0 = 1.7$ and $p_1 = 1.67$)
(5 คะแนน)

3. จงเขียนระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้
(Rewrite the system of linear equations

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - x_3 &= 6 \\ 4x_1 \quad\quad - x_3 &= 6 \\ -8x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= -8 \end{aligned}$$

ในรูปของเมตริกซ์แต่งเติม (augmented matrix) และจงหาผลเฉลยของสมการโดยใช้วิธีการขจัดแบบเกาส์โดยไม่ต้องสับเปลี่ยน จงแสดงขั้นตอน<u>การขจัดโดยตรง</u>และ<u>การแทนค่ากลับ</u>
as an augmented matrix. Find a solution using Gaussian elimination without pivoting. Show the steps in direct elimination and back substitution.)
(6 คะแนน)

/ ข้อ 4...

4. จงคำนวณด้วยการกระทำซ้ำ 2 ครั้ง ของวิธีเกาส์-ไซเดล สำหรับแก้ปัญหา

(Calculate two iterations of the Gauss-Seidel method for the system.

$$\begin{aligned} 8x - y &= 10 \\ -x + 4y &= 6 \end{aligned}$$

ใช้ค่าเริ่มต้น $x = y = 0$ และจงหายูนิฟอร์ม นอร์ม $\| \cdot \|_\infty$ ของเมติกซ์เปลี่ยนสภาพ

Start with $x = y = 0$. Find the unifprm norm $\| \cdot \|_\infty$ of the transition matrix.)

$$(S + D)^{-1} T$$

ข้อเสนอแนะ: ให้ $A = S + D + T$

เมื่อ S เป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมล่าง

D เป็นเมตริกซ์ทะแยงมุม

T เป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมบน

(Hint. $A = S + D + T$, where S is a lower-triangular matrix, D is a diagonal matrix, and T is an upper-triangular matrix.)

(7 คะแนน)

5. จงคำนวณหาจำนวนกำหนด (condition number) $cond(A)$ ของเมตริกซ์ A เมื่อ

(Calculate $cond(A)$ for

$$A = \begin{bmatrix} 1 & c \\ c & 1 \end{bmatrix}, \quad c \neq 1.$$

จงอธิบายว่าเมื่อไร A จะอยู่ในสภาวะไม่ดี (ill-conditioned)

When does A becomes ill-conditioned ?)

(6 คะแนน)
